

2.4 - 2.5 ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΣΗΜΕΙΟ ΚΕΝΤΡΟ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Το συμμετρικό σημείου A ως προς κέντρο σημείο O

Ονομάζουμε συμμετρικό του A ως προς κέντρο O το σημείο A' με το οποίο συμπίπτει το A περιστρεφόμενο περί το O κατά γωνία 180°

Τα σημεία A και A' λέγονται συμμετρικά ως προς κέντρο το O

Είναι φανερό ότι το συμμετρικό του O ως προς κέντρο το O είναι ο εαυτός του

2.

Συμμετρία και μέσο: Δύο σημεία A και A' είναι συμμετρικά ως προς το O όταν το O είναι μέσο του τμήματος AA'

3.

Συμμετρικά σχήματα ως προς κέντρο O

Δύο σχήματα Σ_1 και Σ_2 είναι συμμετρικά ως προς κέντρο O όταν το κάθε ένα αποτελείται από τα συμμετρικά σημεία του άλλου ως προς το O

Τα συμμετρικά ως προς σημείο σχήματα είναι ίσα

4.

Κέντρο συμμετρίας σχήματος

Ένα σημείο O λέμε ότι είναι κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος, όταν περιστρεφόμενο το σχήμα κατά γωνία 180° γύρω από το O συμπίπτει με το αρχικό.

Αν ένα σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας O , τότε το συμμετρικό του σχήματος ως προς το O είναι ο εαυτός του.

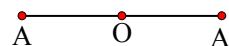
ΣΧΟΛΙΑ - ΜΕΘΟΔΟΙ

1.

Εύρεση του συμμετρικού σημείου A ως προς κέντρο ένα σημείο O

Φέρνουμε το τμήμα AO και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $OA' = OA$.

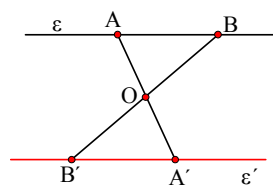
Το A' είναι το συμμετρικό του A ως προς κέντρο το O .



2.

Συμμετρικό ευθείας ε

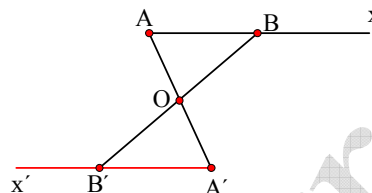
Είναι ευθεία $\varepsilon' \parallel \varepsilon$ η οποία διέρχεται από τα συμμετρικά δύο σημείων της ε .



3.

Συμμετρικό ημιευθείας Ax

Είναι η ημιευθεία που έχει αρχή το συμμετρικό A' του A και διέρχεται από το συμμετρικό B' ενός σημείου B της Ax

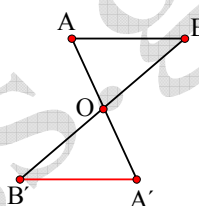


4.

Συμμετρικό ευθυγράμμου τμήματος AB

Είναι το ευθύγραμμο τμήμα $A'B'$ που έχει άκρα τα συμμετρικά A' και B' των άκρων A και B του τμήματος AB .

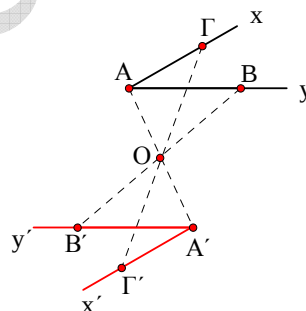
Ισχύει ότι $AB \parallel A'B'$ και βέβαια $AB = A'B'$



5.

Συμμετρικό γωνίας $\widehat{x \hat{A} y}$

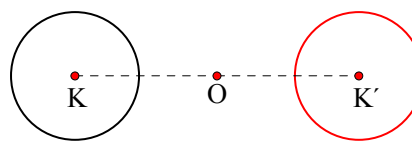
Είναι η γωνία που έχει πλευρές τα συμμετρικά των πλευρών Ax και Ay



6.

Συμμετρικό κύκλου (K, ρ)

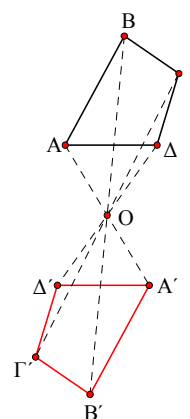
Είναι ο κύκλος που έχει κέντρο το συμμετρικό K' του K και ακτίνα ρ



7.

Συμμετρικό ευθυγράμμου σχήματος

Είναι το σχήμα που έχει κορυφές τα συμμετρικά των κορυφών του δοσμένου



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Αν τα σημεία A και B είναι συμμετρικά ως προς ένα σημείο O , να καθορίσετε τη θέση του O ως προς το ευθύγραμμο τμήμα AB .

Απάντηση

Το O είναι το μέσο του τμήματος AB

2.

Έστω ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Να βρείτε τα συμμετρικά Δ και E των κορυφών B και Γ αντίστοιχα ως προς το A . Να συγκρίνεται τις πλευρές του τετραπλεύρου $\Gamma B E \Delta$

Προτεινόμενη λύση

Στο διπλανό σχήμα έχουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα συμμετρικά Δ και E των B και Γ ως προς το A .

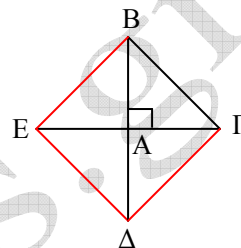
Τότε το ΔE είναι το συμμετρικό του $B\Gamma$ ως προς το A , επομένως $E\Delta = B\Gamma$

Επειδή BA μεσοκάθετος του $E\Gamma$, το E είναι το συμμετρικό του Γ ως προς την ευθεία BA .

Επομένως το BE είναι το συμμετρικό του $B\Gamma$ ως προς την BA , άρα $BE = B\Gamma$.

Ομοίως, επειδή το $\Gamma\Delta$ είναι το συμμετρικό του $B\Gamma$ ως προς την EA , είναι $B\Gamma = \Gamma\Delta$.

Τελικά είναι $B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta E = EA$



3.

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$. Να βρείτε το συμμετρικό $K\Lambda P$ του $AB\Gamma$ ως προς μία ευθεία ε και το συμμετρικό $A'B'\Gamma'$ του $AB\Gamma$ ως προς κέντρο ένα σημείο O . Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $K\Lambda P$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα

Προτεινόμενη λύση

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα συμμετρικά $K\Lambda P$ και $A'B'\Gamma'$ του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την ευθεία ε αφ' ενός, και ως προς το O αφ' ετέρου.

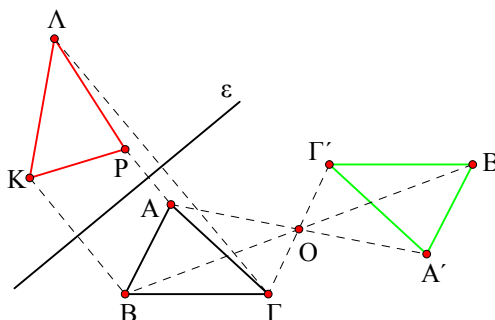
Λόγω της συμμετρίας ως προς την ε , είναι

$AB\Gamma = K\Lambda P$ (1)

και λόγω της συμμετρίας ως προς το O ,

επίσης είναι $AB\Gamma = A'B'\Gamma'$ (2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $K\Lambda P = A'B'\Gamma'$



4.

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$. Να βρείτε το συμμετρικό Δ του A ως προς το B και το συμμετρικό E του Δ ως προς τη $B\Gamma$. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $B\Delta E$ και ABE είναι ισοσκελή.

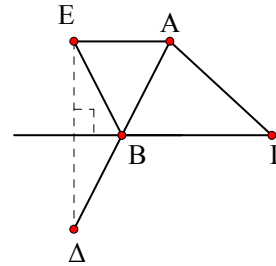
Προτεινόμενη λύση

Αφού το Δ είναι το συμμετρικό του A ως προς το B ,
είναι $B\Delta = AB$ (1)

Και αφού το E είναι το συμμετρικό του Δ ως προς
τη $B\Gamma$, το BE είναι το συμμετρικό του $B\Delta$ ως προς
τη $B\Gamma$, άρα $BE = B\Delta$ (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε ότι $AB = B\Delta = BE$

Συνεπώς τα τρίγωνα ABE και $B\Delta E$ είναι ισοσκελή



5.

Εξετάστε αν δύο κατακορυφήν γωνίες έχουν κέντρο συμμετρίας

Προτεινόμενη λύση

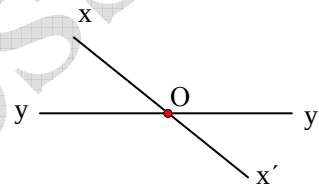
Έστω οι κατακορυφήν γωνίες $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$.

Αφού οι ημιευθείες Ox και Ox' είναι αντικείμενες,
η μία είναι το συμμετρικό της άλλης ως προς κέντρο
την κορυφή O .

Το ίδιο συμβαίνει και για τις Oy και Oy' .

Συνεπώς η γωνία $x'\hat{O}y'$ είναι η συμμετρική της
 $x\hat{O}y$ ως προς το O .

Άρα η κορυφή O είναι κέντρο συμμετρίας



6.

Να σχεδιάσετε το συμμετρικό ενός τετραγώνου ως προς το μέσο μιας του πλευράς

Προτεινόμενη λύση

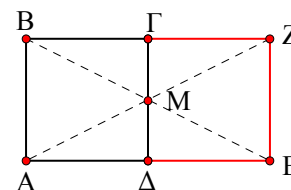
Το συμμετρικό $\Gamma Z\Delta$ του τετραγώνου
 $AB\Gamma\Delta$ ως προς το μέσο M της $\Gamma\Delta$
φαίνεται δίπλα

Είναι το E το συμμετρικό του B

το Z το συμμετρικό του A

το Γ το συμμετρικό του Δ

το Δ το συμμετρικό του B



7.

Να βρείτε το συμμετρικό ενός ορθογωνίου τριγώνου ως προς το μέσο της υποτείνουσάς του

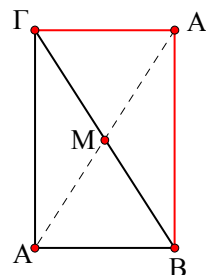
Προτεινόμενη λύση

Το συμμετρικό του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς το μέσο M της υποτείνουσας $B\Gamma$ είναι το τρίγωνο $B\Gamma A'$,

όπου A' το συμμετρικό του A

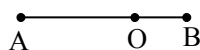
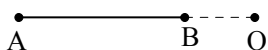
B το συμμετρικό του Γ

Γ το συμμετρικό του B



8.

Να βρείτε το συμμετρικό του τμήματος AB ως προς το σημείο O στα παρακάτω σχήματα



Προτεινόμενη λύση

Τα ζητούμενα συμμετρικά είναι τα τμήματα $A'B'$ και φαίνονται παρακάτω

